EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

Programa de Estudios

de la UAC del Recurso Sociocognitivo

Taller de Pensamiento Variacional II

Sexto Semestre

Clave: 30531-0016-23FE

EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Primera edición, 2024

Secretaría de Educación Pública

Subsecretaría de Educación Media Superior

Dirección General del Bachillerato

Av. Revolución 1425, Col. Campestre.

Álvaro Obregón, C.P. 01040, Ciudad de México.

Distribución gratuita.

Contenido

Presentación

La Dirección General del Bachillerato (DGB) presenta las Progresiones de Aprendizaje de las diversas Áreas de Conocimiento y de los Recursos Sociocognitivos del Componente de Formación Fundamental Extendido, para el Plan de estudios propio de esta Dirección General.

Estas tienen su sustento, teórica y conceptualmente, en el modelo educativo del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS)[1], y dan cumplimiento a las atribuciones conferidas a esta Dirección General por el Reglamento Interior de la Secretaría de Educación Pública (SEP), en el cual se establece, en el Artículo 19 Fracciones I y II la importancia de "*proponer las normas pedagógicas, contenidos, planes y programas de estudio, métodos, materiales didácticos e instrumentos para la evaluación del aprendizaje del bachillerato general, en sus diferentes modalidades y enfoques, y difundir los vigentes*"; además de "*impulsar las reformas curriculares de los estudios de bachillerato que resulten necesarias para responder a los requerimientos de la sociedad del conocimiento y del desarrollo sustentable*"(RISEP, 2020).

En este sentido, los planteamientos del MCCEMS buscan una formación integral en el estudiantado mediante el desarrollo de la capacidad creadora, productiva, libre y digna del ser humano, conformando una ciudadanía que tenga amor al país, a su cultura e historia. Por ello, el Bachillerato General plantea las diversas Unidades de Aprendizaje Curricular (UAC) para que, con sus estudiantes egresados y egresadas contribuya al logro de su objetivo específico, el cual radica en la "*conformación de una ciudadanía reflexiva, con capacidad de formular y asumir responsabilidades de manera comunitaria, interactuar en contextos plurales y propositivos, trazarse metas y aprender de manera continua y colaborativa*".

[1] El cual puede ser consultado a través del siguiente enlace: https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13516/1/images/Documento%20base%20MCCEMS.pdf

En este contexto, se presenta la UAC Taller de Pensamiento Variacional II específica del Bachillerato General, con objetivos delimitados acorde a las características del subsistema y de la población a la cual se dirige. El documento se encuentra conformado por apartados mediante los cuales se describe no solo la fundamentación, sino los elementos claves para su implementación en el aula. El primero corresponde a la justificación del Área o Recurso Sociocognitivo, qué lugar ocupa y cuál es su función al interior del currículo de la Educación Media Superior (EMS); el segundo, pertenece a los fundamentos donde se concentra la relevancia y propósitos del Área, así como su impacto en la comunidad; el tercero se refiere a los conceptos básicos diferentes según el Área de conocimiento o Recurso Sociocognitivo de la UAC; y en el cuarto se desarrollan las progresiones de aprendizaje que se elaboraron de manera colegiada por personal docente de diversos estados con experiencia disciplinar, así como con personal colaborador de la Dirección General del Bachillerato, para finalmente contar con la revisión y validación por parte de la Coordinación Sectorial de Fortalecimiento Académico de la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS).

Programa de Estudios de Taller de Pensamiento Variacional II

Semestre	Sexto	
Créditos	6	
Componente	Fundamental extendido	
Horas de Mediación Docente	**Semestral**	**Semanal**
	48	3

I. Introducción

Educar en el siglo XXI demanda una visión holística y transversal de nuestro entorno para hacer frente a los retos del futuro, modificando el presente a través de los aprendizajes y experiencias del pasado, y para ello, la actividad matemática nos proporciona herramientas que van más allá de algoritmos y formalismos. La construcción de las ideas matemáticas en el estudiantado está asociada a diversos factores tales como comunicación, representación, visualización, imaginación e intuición y es el resultado de aproximaciones sucesivas construidas a través de significados aritméticos, algebraicos, geométricos, estocásticos y variacionales, considerando aspectos culturales, históricos e institucionales.

El estudio de la variación y aproximaciones infinitesimales a través del Cálculo ha representado un hito en el desarrollo histórico y científico de la humanidad, por lo que resulta imperativo acercar al estudiantado a su comprensión para el análisis, reflexión, interpretación, modelación e interacción con situaciones problema de la vida cotidiana a través de un refinamiento del pensamiento variacional, originando la necesidad de diseñar el Taller de Pensamiento

Variacional I y II en donde el personal docente guíe la resolución de estos problemas.

El Cálculo Diferencial parte de aproximaciones a tasas de cambio cuando se tiene una variación pequeña, brindando respuesta a fenómenos susceptibles de ser estudiados por medio del análisis de funciones, límites y derivadas en problemas relacionados con las ciencias para mejorar el entendimiento de su entorno. Por su parte, el Cálculo Integral parte del reconocimiento y comprensión de las ideas fundamentales del cálculo de áreas de figuras no regulares que retome variaciones pequeñas que permitan la introducción de nuevos conceptos que conduzcan al estudiantado a reinterpretar su realidad.
Para ello, el Pensamiento Variacional ofrece al estudiantado diversas herramientas conceptuales y cognitivas para el desarrollo de habilidades intelectuales que le permitirán mejorar su toma de decisiones en situaciones de su vida diaria y, al mismo tiempo, sentar una base sólida y comprensión especializada como preparación y orientación para la elección de los estudios de educación superior.

El **Taller de Pensamiento Variacional II (TPVII)** busca que el estudiantado observe, analice, modele, resuelva e interprete problemas de situaciones de la vida real relacionadas con la idea de acumulación de áreas infinitesimales mediante acercamientos numéricos y analíticos, acompañado del uso de Teoremas propios del cálculo integral y utilizando los recursos tecnológicos al alcance en su comunidad para generar una cosmovisión distinta del Cálculo en la solución de problemas propios de las ciencias.

Unidades de Aprendizaje Curricular	Semestre	Horas Semanales			Horas Semestrales			Créditos
		MD	EI	Total	MD	EI	Total	
Taller de Pensamiento Variacional II	6	3	45 minutos	3 horas 45 minutos	48	12	60	6

II. Aprendizajes de trayectoria

El Taller de Pensamiento Variacional, al formar parte del Recurso sociocognitivo de Pensamiento Matemático, considera los mismos aprendizajes de trayectoria, los cuales se explicitan en el acuerdo secretarial 09/08/23 y se presentan a continuación:

- Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.
- Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).
- Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.
- Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.

III. Progresiones y metas de aprendizaje

El Taller de Pensamiento Variacional, al formar parte del Recurso sociocognitivo de Pensamiento Matemático, considera las mismas categorías, subcategorías y metas de aprendizaje, las cuales se explicitan en el acuerdo secretarial 09/08/23 y se presentan a continuación:

Categorías y subcategorías

Categoría I. Procedural

Esta categoría engloba los procesos propios de la ejecución mecanizada e incluso automatizada de algoritmos y procedimientos, así como también el acto de interpretar los resultados que arrojan dichos procedimientos algorítmicos.

Subcategorías

Elementos aritméticos-algebraicos

Comprende los recursos procedurales involucrados en la manipulación tanto aritmética como algebraica de objetos matemáticos.

Elementos geométricos

Se refiere a la manipulación de objetos geométricos tales como puntos, líneas, figuras, planos, etc. Algunas veces relacionados con propiedades o con sistemas de referencia mediante el uso de coordenadas y/o magnitudes.

Elementos variacionales

Comprende los recursos procedurales involucrados en la manipulación de objetos matemáticos relacionados con la variación tales como funciones y límites.

Manejo de datos e incertidumbre

Considera el uso e interpretación de datos y el cálculo de posibilidades. Incluye desde la recolección de datos, la revisión de los términos básicos utilizados en probabilidad y estadística y las formas en que se recolectan datos a partir de una necesidad específica, así como las ventajas de elegir una forma para organizarlos, interpretarlos y utilizarlos en la toma de decisiones en ambientes de incertidumbre.

La primera categoría constituye un grupo inicial de recursos y corresponden al dominio de los recursos procedurales, lleva a describir y ejecutar procedimientos matemáticos, en forma sintética o extendida, automatizada o como una secuencia razonada de pasos. En las diferentes áreas de la matemática hay formas de hacer, de resolver, de simplificar, etc., por eso su contenido se vuelve un valioso recurso al emplearlos en la solución de problemas y en la toma de decisiones.

Categoría 2. Procesos de Intuición y razonamiento

Esta categoría incluye procesos fundamentales en el quehacer matemático como lo son la observación, la intuición, el acto de formular conjeturas y la argumentación. La matemática tiene una cualidad dual: la intuición y la formalidad. Todo descubrimiento o creación matemática parte de la intuición, de un chispazo que resulta complicado de describir, el cual no se articula a través de una serie de pasos lógicos secuenciados. La forma en que una idea nace casi nunca es lógica. Por otro lado, la matemática exige, para poder continuar desarrollándose, la formalización y presentación lógica y formal de aquellas ideas que el individuo aprehendió intuitivamente; de suerte tal que existe una especie de proceso dialéctico en el desarrollo de la matemática que va de la intuición a la formalidad y que se repite constantemente.

Es importante mencionar que los procesos cognitivos que se buscan desarrollar en el estudiantado en esta etapa no pretenden tener el mismo acabado que aquellos que desarrollan los profesionales de la matemática, pero sí ser fundamentalmente dichos procesos, pero a un nivel de complejidad adecuado al desarrollo del estudiante.

Subcategorías

Capacidad para observar y conjeturar

Los descubrimientos a los que ha llegado el ser humano se han realizado después de que ha sido capaz de observar algún elemento crucial de su objeto de estudio. A partir de sus observaciones y de su experiencia previa, el ser humano lanza conjeturas: afirmaciones que pueden ser verdaderas o falsas y que demandan una mayor investigación y reflexión.

Pensamiento intuitivo

Muy relacionada con la subcategoría anterior, la subcategoría de Pensamiento intuitivo engloba aquellos procesos cognitivos por los cuales el ser humano comprende en una primera aproximación los objetos matemáticos y fenómenos de diversa índole, no necesariamente teórica.

Pensamiento formal

La matemática para poder continuar desarrollándose necesita una presentación formal. Con esta subcategoría estamos englobando aquellas habilidades involucradas al producir argumentaciones rigurosas en favor o en contra de afirmaciones tanto matemáticas como de diversa naturaleza.

La propuesta es llevar al estudiantado a participar de estos procesos cognitivos. Un estudiante puede observar, intuir, conjeturar y argumentar, evidentemente no al nivel de complejidad con que realiza estas acciones la o el investigador de matemáticas, pero la diferencia es más de orden cuantitativo que cualitativo.

Categoría 3. Solución de problemas y modelación

Esta categoría engloba aquellos procesos que suceden cuando describimos un fenómeno utilizando técnicas y lenguaje matemático o resolvemos un problema, entendiendo a este último como un planteamiento al que no se le puede dar respuesta empleando procedimientos mecánicos (obsérvese cómo esta definición de problema depende y varía de individuo a individuo). La modelación se entiende como el uso de la matemática y su lenguaje en la descripción de fenómenos de diversa naturaleza.

Subcategorías

Uso de Modelos

Emplear una representación abstracta, conceptual, gráfica o simbólica para describir un fenómeno o de un proceso, verificando el cumplimiento de las hipótesis necesarias, para analizar la relación entre sus variables lo que permite comprender fenómenos naturales, sociales, físicos y otros y además, resolver problemas.

Construcción de Modelos

Implica, entre otras cosas, la búsqueda, delimitación y determinación de las variables adecuadas para describir la situación, problema o fenómeno estudiado.

Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios

La heurística se refiere a estrategias, métodos, criterios o astucias utilizados para hacer posible la solución de problemas complejos. Un procedimiento es no rutinario cuando no basta con aplicar una regla o un método mecanizado o de carácter algorítmico o establecido, sino que requiere cierta intuición y búsqueda poniendo en práctica un conjunto de conocimientos y de experiencias anteriores.

La tercera categoría dota de recursos para solucionar problemas y plantear modelos, desde una perspectiva global, estos recursos son útiles para comprender el problema, diseñar y ejecutar un plan y probar el resultado. Con estos recursos se resuelven situaciones problemáticas y describen fenómenos empleando el pensamiento matemático.

Categoría 4. Interacción y lenguaje matemático

La matemática posee un lenguaje, el cual resulta ser riguroso, y que, a su vez, convive y se comunica a través de diversos lenguajes naturales (español, lenguas indígenas, inglés, lengua de señas, etc.) Esta categoría engloba las consideraciones propias que el o la practicante del pensamiento matemático debe tener en mente cuando comunica sus ideas, entendiendo que un lenguaje natural y un lenguaje formal tienen puntos de convergencia y puntos de divergencia; en ambos casos buscamos que el estudiantado sea riguroso con el uso de estos lenguajes.

Subcategorías

Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico

Esta subcategoría se articula al establecer jerarquías, agrupaciones, composiciones, el uso formal de símbolos e imágenes respetando las propiedades y reglas.

Negociación de significados

Esta subcategoría se aplica al revisar tanto individual como colectivamente los significados de las expresiones, sus posibles sentidos e interpretaciones, así como la generación de expresiones y representaciones formales asociadas.

Ambiente matemático de comunicación

Se describe así al ambiente generado para transmitir ideas, inquietudes, conjeturas y conceptos matemáticos empleando lenguajes naturales y formales.

La cuarta categoría aporta al individuo recursos para emplear el lenguaje matemático y para interactuar con personas de su entorno dando una dimensión social al aprendizaje.

Metas de aprendizaje

Metas de Aprendizaje			
C1M1	**C2M1**	**C3M1**	**C4M1**
Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural
C1M2	**C2M2**	**C3M2**	**C4M2**

Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.	Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.
C1M3	**C2M3**	**C3M3**	**C4M3**
Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando	Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de	Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento	Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a

recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	debate o evaluación.
	C2M4	**C3M4**	
	Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	

Planteamiento general

El pensamiento variacional es un componente indispensable para las ciencias y la tecnología, sin la herramienta teórica suministrada por el cálculo para representar y modelar situaciones y fenómenos el nivel de comprensión que tiene la humanidad sobre la realidad sería deficiente. No solamente es la realidad física la que puede explicarse a través del pensamiento variacional, también la comprensión de algunos sistemas biológicos, fenómenos epidemiológicos y sociales pueden ser explicados con la ayuda del pensamiento variacional. Para comprender nuestra realidad es necesario tener conciencia sobre lo que varía. El cambio es una parte de la vida, es por ello que el estudio de la variación desde el pensamiento matemático se vuelve fundamental en la formación humana de nuestras y nuestros jóvenes.

Progresiones de Aprendizaje

Las Progresiones de Aprendizaje son unidades didácticas innovadoras y flexibles para la descripción secuencial de los aprendizajes asociados a la comprensión y solución de necesidades y problemáticas personales y/o sociales (DOF, 09/08/23).

Taller de Pensamiento Variacional II

Progresión 1: Conceptualiza la diferencial como una variación infinitamente pequeña entre dos variables, visualiza su significado geométrico con el apoyo de recursos tecnológicos disponibles y la aplica al cálculo de aproximaciones en problemas de las ciencias y de su entorno para la cuantificación de errores absolutos y porcentuales.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M1. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	**C1.** Procedural	**S1.** Elementos aritméticos algebraicos
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.		**S3.** Elementos variacionales

Progresión 2: Utiliza la suma de Riemann y el Método del Trapecio como métodos para encontrar el área bajo la curva y los utiliza en la resolución de problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno con el apoyo de los recursos tecnológicos disponibles para lograr una mejor aproximación.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M1. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	**C1.** Procedural	**S1.** Elementos aritméticos algebraicos
C1M3. Comprueba los		**S2.** Elementos

procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.		geométricos **S3.** Elementos variacionales
C2M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayudan a entenderlo.	**C2.** Procesos de intuición y razonamiento	**S1.** Capacidad para observar y conjeturar **S2** Pensamiento intuitivo

Progresión 3: Reconoce la derivación y la integración como operaciones inversas considerando la constante de integración en la generación de soluciones que conforman la primitiva de una función y utiliza procedimientos algorítmicos para determinar la integral indefinida en la resolución de problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M1. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	**C1.** Procedural	**S1.** Elementos aritméticos algebraicos

C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.		
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	**C3.** Solución de problemas y modelación	**S3.** Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios

Progresión 4: Identifica y aplica a la integral definida como una herramienta para calcular el área bajo la curva en un intervalo dado mediante métodos analíticos y/o tecnológicos, para verificar y comunicar sus hallazgos y soluciones en problemáticas teóricas y de su contexto.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M2. Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático	**C1.** Procedural	**S3.** Elementos variacionales

en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.		
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.		
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	**C4.** Interacción y lenguaje matemático	**S3.** Ambiente matemático de comunicación

Progresión 5: Emplea los conceptos del cálculo infinitesimal para plantear y resolver integrales definidas, de manera analítica y/o con apoyo tecnológico, en la solución de problemas de diversos contextos para que el estudiantado analice, compruebe, interprete y explique sus hallazgos y resultados en la determinación de la longitud de arco.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M2. Analiza los resultados obtenidos al	**C1.** Procedural	**S3.** Elementos variacionales

aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.		
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares		
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	**C3.** Solución de problemas y modelación	**S1.** Uso de modelos
C3M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico		**S2.** Construcción de Modelos

como de su entorno.		
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	**C4.** Interacción y lenguaje matemático	**S3.** Ambiente matemático de comunicación

Progresión 6: Utiliza la integral definida para plantear, modelar y resolver problemas, en diversos contextos, que involucran el cálculo de áreas entre curvas recurriendo a métodos analíticos y/o con apoyo de recursos tecnológicos, de manera que el estudiantado analice, compruebe, interprete y explique sus hallazgos y resultados.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M2. Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	**C1.** Procedural	**S3.** Elementos variacionales
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando		

diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares		
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	**C3.** Solución de problemas y modelación	**S1.** Uso de modelos
C3M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.		**S2.** Construcción de Modelos
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	**C4.** Interacción y lenguaje matemático	**S3.** Ambiente matemático de comunicación

Progresión 7: Emplea las ideas del cálculo infinitesimal para plantear, modelar y resolver problemas, en diversos contextos, que involucran el cálculo de volúmenes de sólidos de revolución recurriendo a métodos analíticos y/o con apoyo de recursos tecnológicos disponibles, de manera que el estudiantado analice, compruebe, interprete y explique sus hallazgos y resultados.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M2. Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	**C1.** Procedural	**S3.** Elementos variacionales
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares		**S4.** Manejo de datos e incertidumbre
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico	**C3.** Solución de problemas y modelación	**S1.** Uso de modelos

como de su contexto.		
C3M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.		**S2.** Construcción de Modelos
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	**C4.** Interacción y lenguaje matemático	**S3.** Ambiente matemático de comunicación

IV. Transversalidad

Entendemos por transversalidad al enfoque de alta interacción entre áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos y recursos socioemocionales del MCCEMS. Estudios que poseen cierta relación con dicha concepción (Eronen, L., et al., 2019, Drake, S. M., & Burns, R. C., 2004) nos hablan de un espectro que comprende lo multidisciplinario (diferentes disciplinas se integran alrededor de un tema común), lo interdisciplinario (la organización curricular alrededor de aprendizajes comunes a través de disciplinas) y la transdisciplinariedad (basada en interrogantes que las y los estudiantes pueden hacerse y en sus inquietudes por desarrollar habilidades para la vida real dentro de contextos reales). Al ser integrado como un recurso sociocognitivo al MCCEMS, el pensamiento matemático adquiere una función transversal dentro de dicha estructura. Esto no implica que todo cuanto se trabaje con las y los estudiantes acerca del pensamiento matemático deba de transversalizarse, pues existirán momentos en que la disciplina demande trabajo sobre sí misma para poder continuar con un desarrollo integral.

El pensamiento matemático al posicionarse junto con los demás recursos sociocognitivos cumple una función de apoyo para que el estudiantado pueda consolidar sus conocimientos de las demás áreas. Son evidentes los puntos de encuentro entre el pensamiento matemático y las ciencias sociales (al estudiar fenómenos económicos o poblaciones, por poner un par de ejemplos), con las ciencias naturales, experimentales y tecnología (al hacer uso del lenguaje matemático para describir diversas leyes de la física o la química, al utilizar modelos matemáticos para ayudar en la explicación de algunos sistemas biológicos, etc.), con las humanidades (partiendo del hecho de que la propia matemática es obra creativa del ser humano y que muchas veces ha estado inmersa en diversos desarrollos artísticos).

El pensamiento variacional es una herramienta que complementa el estudio de los demás recursos sociocognitivos, socioemocionales y áreas de conocimiento, donde son evidentes puntos de encuentro en la determinación de la pendiente de una curva, la derivada, el área debajo de una curva y la integral, para el estudio del cambio en todas las ciencias.

Es importante decir que la transversalidad tanto con áreas de conocimientos como con recursos socioemocionales y sociocognitivos puede operar en dos niveles fundamentales: en un primer nivel a través de esos puntos de contacto existentes con las demás disciplinas a las que nos referíamos en el párrafo anterior; pero también en un segundo nivel, si se quiere más profundo, en donde la interiorización de las habilidades relacionadas con el pensamiento matemático permiten una mejor comprensión, una ordenación mental más clara y permiten también una mayor profundidad dentro de las demás experiencias cognitivas.

A pesar de la importante función que se le otorga al pensamiento matemático, no debemos olvidar que nosotras y nosotros, como docentes de pensamiento matemático, no tendremos necesariamente un lugar protagónico en la escuela.

El trabajo colaborativo, tan esencial para el desarrollo del programa aula, escuela y comunidad, asume interacciones profesionales y respetuosas en la que todas y todos los agentes involucrados en la educación, entre los que nos encontramos nosotros y las y los colegas de otras áreas y recursos, valoren la función y las aportaciones de todos los demás.

Por último, es necesario que logremos enseñar con perspectiva socioemocional, pues enseñamos a seres humanos que merecen todo nuestro respeto y también debido a que logrando consolidar un ambiente de confianza mutua podremos desempeñar mejor nuestra importante labor.

V. Evaluación formativa del aprendizaje

Es un proceso mediante el cual la comunidad docente reúne información acerca de lo que sus estudiantes saben, interpretan y pueden hacer, y a partir de ello comparan esta información con las metas de aprendizaje para brindarle a sus alumnas y alumnos sugerencias acerca de cómo pueden mejorar su desempeño. Se lleva a cabo con el propósito de mejorar la enseñanza y el aprendizaje mientras la instrucción aún está en curso. La práctica en el aula es formativa en la medida en que la evidencia sobre los logros de las y los estudiantes se interpreta y usa por el profesorado, los aprendices o sus compañeros, para tomar decisiones sobre los próximos pasos en la instrucción, los que se espera sean mejores que las decisiones que habrían tomado en ausencia de la evidencia que se obtuvo.

Para profundizar sobre el tema de evaluación formativa y la retroalimentación se sugiere revisar el documento de Orientaciones para la Evaluación del Aprendizaje en el siguiente enlace:

https://dgb.sep.gob.mx/storage/recursos/2024/04/6mL0WsYtNp-Orientaciones-para-la-evaluacion-del-aprendizaje-(1).pdf

VI. Recomendaciones para el trabajo en el aula y la escuela

En este apartado se brinda una propuesta de trabajo en el aula y la escuela, se enuncian los siguientes ejemplos que brindan una orientación metodológica para abordar las progresiones. Enseguida se presentan algunos ejemplos didácticos de cómo se pueden abordar algunas progresiones. Se sugieren tres momentos principales para su abordaje.

- Momento 1. Identificar la progresión y comprender sus componentes.
- Momento 2. Diseñar un plan de clase para alcanzar las metas de aprendizaje.
- Momento 3. Diseñar una evaluación y considerar el proceso de retroalimentación

Progresión 1

Conceptualiza la diferencial como una variación infinitamente pequeña entre dos variables, visualiza su significado geométrico con el apoyo de recursos tecnológicos disponibles y la aplica al cálculo de aproximaciones en problemas de las ciencias y de su entorno para la cuantificación de errores absolutos y porcentuales.

Desarrollo de la progresión

Momento 1. Identificación de la progresión

Progresión 1. Conceptualiza la diferencial como una variación infinitamente pequeña entre dos variables, visualiza su significado geométrico con el apoyo de recursos tecnológicos disponibles y la aplica al cálculo de aproximaciones en problemas de las ciencias y de su entorno para la cuantificación de errores absolutos y porcentuales. (C1M1 C1M3)

Categoría C1: Procedural

Subcategoría de Procedural S1: Elementos aritméticos algebraicos. S3 Elementos variacionales

Metas de aprendizaje de Procedural M1: Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas. M3: Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares. matemáticos, de las ciencias y de su entorno.

Momento 2. Diseñar una actividad

La siguiente actividad es una sugerencia didáctica, por lo que cada docente podrá diseñar situaciones-problema de conformidad con su contexto y recursos disponibles. La presente progresión será desarrollada en tres sesiones de 1 hora cada una con la intervención del personal docente en ambas sesiones para el desarrollo del concepto de la diferencial.

Sesión 1

Situación-Problema. El cuidado del agua es una responsabilidad de quienes ejercen la ciudadanía. Se debe tener cuidado con el líquido vital e idear maneras eficientes de transportarla. Analice la situación: se desea transportar agua y lo único que se tiene al alcance es un balón de basquetbol, tal y como se muestra en la figura. ¿Cómo es posible estimar la cantidad de agua, en litros, que se puede transportar de un lugar a otro dentro del balón?

Sugerencias para el personal docente

Las actividades, preguntas o información que se plantee deberá tener las siguientes características:

1. Generar ambientes de aprendizaje emocionalmente seguros en donde el estudiantado tenga la oportunidad de participar concibiendo el error como una oportunidad de aprendizaje.
2. Vincular el contenido de las progresiones con experiencias previas de las y los estudiantes.
3. Despertar el interés de la comunidad estudiantil, atendiendo su contexto.
4. Enunciar qué se espera que se aprenda como resultado de la progresión.
5. Plantear actividades contextualizadas que consideren la región geográfica en la que se encuentre el estudiantado y sus estilos de aprendizaje.

Después de plantear la situación-problema, se sugiere que el personal docente divida al grupo en equipos y se les solicite que estimen la cantidad de agua que pudiera transportar dentro del balón y, posteriormente, cada uno de los equipos expondrá y argumentará su solución. Una vez hecho esto, el personal docente organizará y presentará, en una tabla, las estimaciones hechas por los distintos equipos de trabajo.

Sesión 2

Se puede considerar la siguiente pregunta para retomar la sesión anterior : ¿cuál de las aproximaciones es la mejor?

Realizar una breve discusión del trabajo realizado en la sesión anterior empleando preguntas como las siguientes: ¿tiene el balón alguna forma conocida? ¿cuál?, ¿habrá otra forma de determinar la cantidad de agua dentro del balón?

Dejar un tiempo para que el estudiantado deduzca que deberá utilizarse la esfera como modelo matemático o, de no ser el caso, inducirlos a ello, recordando la capacidad de asombro en el proceso de descubrimiento.

Una vez hecho esto, el personal docente conceptualiza la diferencial como una variación infinitamente pequeña tanto algebraica como geométricamente y reflexiona sobre qué elemento utilizaron como diferencial al llevar a cabo su aproximación, cómo pudiera utilizarse el concepto para brindar un mejor acercamiento y evaluar las propuestas por los distintos equipos. Después de ello, se les solicitará que calculen el error absoluto de su aproximación y, de nueva cuenta, se escriben los datos en la tabla inicial para identificar cuál de los equipos presenta el menor error.

Sesión 3

El personal docente realiza las evaluaciones pertinentes de las sesiones anteriores. Se apoyará con las sugerencias dadas a continuación.

Momento 3. Evaluación formativa

Para esta situación-problema, y buscando que el estudiantado se apropie del concepto de la diferencial, se propone un diario de clase en donde tengan la oportunidad de reflexionar acerca de las siguientes preguntas.

Diario de clase

Fecha de la sesión:
Grupo:
Progresión 1: Conceptualiza la diferencial como una variación infinitamente pequeña entre dos variables, visualiza su significado geométrico con el apoyo de recursos tecnológicos disponibles y la aplica al cálculo de aproximaciones en problemas de las ciencias y de su entorno para la cuantificación de errores absolutos y porcentuales.
Reflexiona sobre las siguientes preguntas: • ¿Qué he aprendido durante estas sesiones? • ¿Cuáles fueron los aciertos que obtuve en el desarrollo de las sesiones? • ¿Qué te pareció más importante? • ¿Qué fue lo más difícil de las sesiones? • ¿Me faltó hacer algo que no debo de olvidar? • ¿Qué aspectos me faltan aprender para mejorar mi entendimiento? • ¿Cómo me sentí trabajando con mi equipo?

Progresión 4

Identifica y aplica a la integral definida como una herramienta para calcular el área bajo la curva en un intervalo dado mediante métodos analíticos y/o tecnológicos, para verificar y comunicar sus hallazgos y soluciones en problemáticas teóricas y de su contexto.

Desarrollo de la progresión

Momento 1. Identificar la progresión

Progresión 4: Identifica y aplica a la integral definida como una herramienta para calcular el área bajo la curva en un intervalo dado mediante métodos analíticos y/o tecnológicos, para verificar y comunicar sus hallazgos y soluciones en problemáticas teóricas y de su contexto.

Categorías: C1. Procedural, C4. Interacción y lenguaje matemático.

Subcategorías de Procedural: S1. Elementos variacionales.

Subcategorías de Interacción y lenguaje matemático: S3. Ambiente matemático y comunicación.

Metas de aprendizaje de Procedural: M2: Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto. M3: Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.

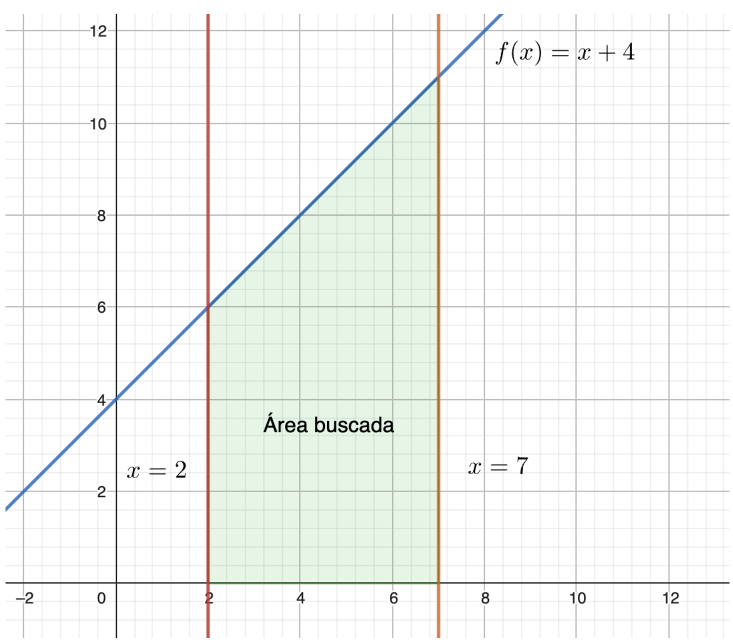
Metas de aprendizaje de Interacción y lenguaje matemático: M2: Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.

Momento 2 Diseñar una actividad

La siguiente actividad es una sugerencia didáctica, por lo que el personal docente podrá diseñar situaciones-problema de conformidad con su contexto y recursos disponibles. La presente progresión será desarrollada en seis sesiones de 1 hora cada una con la intervención del personal docente en las sesiones.

Sesión 1

En un plano cartesiano (puede ser en el pizarrón o proyectado desde la computadora o dispositivo móvil hacia la pared o pantalla para que sea más precisa la observación del alumnado), el personal docente traza una recta, por ejemplo "$f(x) = x + 4$" o "$f(x) = 9 - x$" y además traza dos líneas verticales que se crucen con la línea de la función en $x_1 = 2$ y $x_2 = 7$, de tal manera que el eje x, las dos rectas verticales y la función propuesta forman un trapecio como se muestra en la siguiente figura:



El personal docente propone el desafío al estudiantado de calcular el área de esa figura con al menos tres métodos diferentes (*por fórmula de trapecio, división de la figura en un rectángulo y un triángulo, determinantes, contando los cuadros de su libreta, etc., sin que se opte aún por el uso de métodos numéricos*), se solicitará la participación activa y ordenada del estudiantado permitiendo que hagan aclaraciones, observaciones y retroalimentación, siendo el personal docente testigo mudo de la dinámica e interviniendo únicamente cuando existan atascos en la discusión, sin dar respuesta alguna: solo guiará al estudiantado. Cuándo éstos ya hayan encontrado la mejor solución, a su parecer, a este problema, el personal docente podrá proponer diferentes funciones lineales y cambiar las posiciones de las rectas x_1 y x_2 para que el alumnado pueda ejercitar este conocimiento.

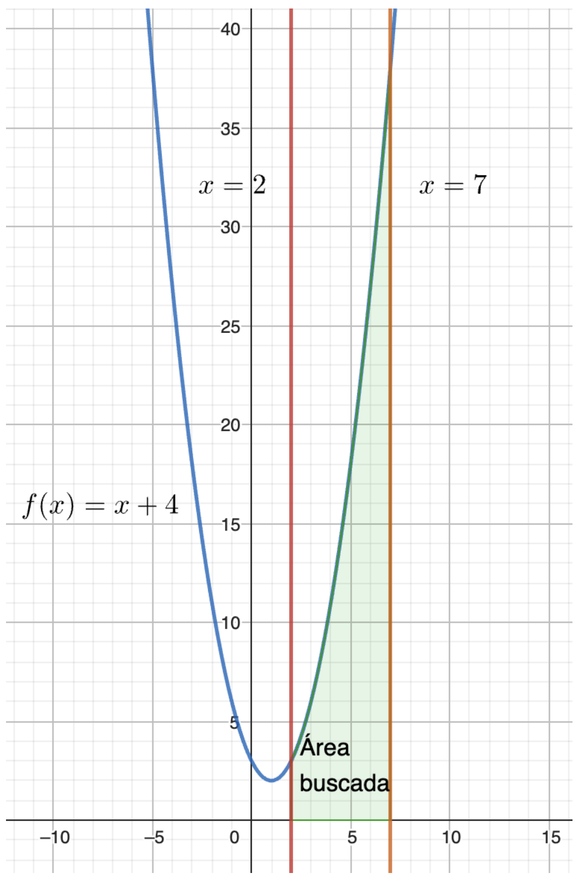
Sugerencias para el personal docente

Las actividades, preguntas o información que se plantee deberá tener las siguientes características:

1. Activar la atención del estudiantado a partir de generar ambientes de trabajo que permitan generar la reflexión, el diálogo y la discusión.
2. Dar a conocer con toda pertinencia qué se espera que aprendan con la realización de las actividades y/o preguntas propuestas.Sean de interés para la comunidad estudiantil.
3. Que sean contextualizadas, acordes con las características de la comunidad, municipio, región y estados.

Sesión 2

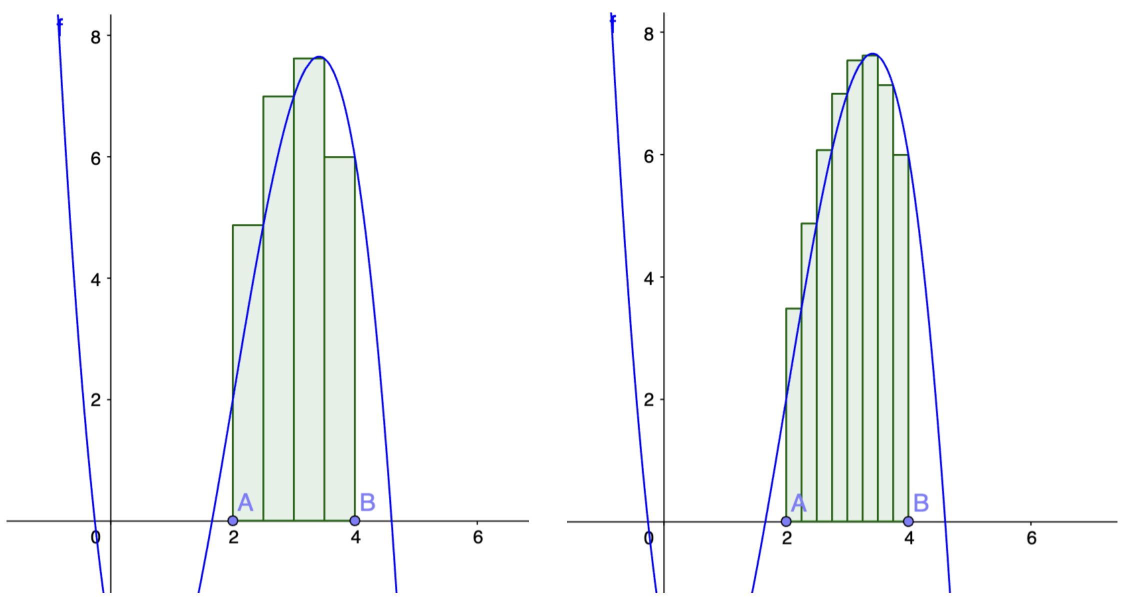
El personal docente puede retomar alguno de los problemas planteados en la sesión anterior y hacer un cambio: emplear funciones cuadráticas y/o cúbicas. Por ejemplo emplear la función $f(x) = x^2 - 2x + 3$, manteniendo las verticales en las mismas posiciones y solicitará nuevamente al estudiantado que calcule esta otra área (evitando el uso de métodos numéricos). De igual manera, el personal docente será moderador de la discusión que sostenga el estudiantado hasta que logre encontrar su nueva mejor solución al problema.



El personal docente propondrá otro tipo de funciones si el tiempo lo permite, pudiendo ser otros polinomios de segundo orden o de tercero. Finalizará la sesión cuando haya acuerdo entre el estudiantado de cuál es la mejor forma de resolver el problema. El estudiantado puede hacer un registro de las dificultades que observó durante el proceso.

Sesión 3

El personal docente propone al alumnado que se retome el problema del área cuando la función es $f(x) =- x^3 + 6x^2 - 5x - 2$ con las rectas verticales $x_1 = 2$ y $x_2 = 4$, pero ahora el docente propone a la mitad del grupo que resuelva el problema usando la suma de Riemann y la otra mitad empleando el método del trapecio. Cada equipo expondrá sus procedimientos y resultados, y en los casos posibles, podrán utilizar software de graficación para argumentar su explicación. Anotarán en sus libretas de apuntes y expondrán al grupo las dificultades observadas durante el proceso.



El personal docente podrá proponer que resuelvan por los mismos métodos otras funciones polinomiales.

Sugerencias para personal docente.

Considerar las siguientes estrategias:

1. Promover las interacciones entre pares como estrategia base de aprendizaje.
2. Que las y los estudiantes desarrollen paulatina y progresivamente sus capacidades de indagación y pensamiento crítico, observación, reflexión e investigación.
3. Retroalimentar las actividades y trabajos del estudiantado con el fin de orientarlos sobre sus avances y aspectos a mejorar en sus procesos de aprendizaje.

Sesión 4

El personal docente retomará los principios y propiedades del Teorema Fundamental del Cálculo (TFC) y con su ayuda, el estudiantado resolverá la integral indefinida de alguno de los problemas planteados en las sesiones anteriores. Posteriormente los conducirá a través de:

$$A = \int_{a}^{b} f(x) = F(x)\Big|_{a}^{b} = F(b) - F(a)$$

Con el cual podrán determinar el área bajo la curva y dar con la solución del problema. El estudiantado contrastará los resultados obtenidos por todos los métodos vistos desde la sesión 1 y podrá hacer anotaciones sobre las ventajas y desventajas de usar uno u otro método. El personal docente hace énfasis en que la integral definida es un valor aritmético y no algebraico por lo cual se prescinde de la constante de integración por tratarse de una solución particular al problema.

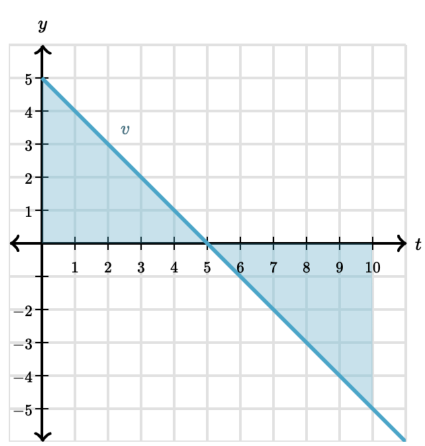
El personal docente puede proponer otro tipo de funciones y límites de integración (siempre y cuando aún no aborde límites de integración en los que la función pase por debajo del eje "x"), solicitando que en equipos el estudiantado resuelva los problemas y que verifique sus resultados con los recursos tecnológicos disponibles en su entorno (software de graficación para dispositivos móviles, computadoras, etc.).

Sesión 5

El personal docente puede proponer aplicaciones de la integral definida en problemas de movimiento rectilíneo uniforme con funciones lineales, por ejemplo: Supóngase que una partícula se mueve en una línea recta con velocidad $v(t) = 5 - t$ metros por segundo, donde t es el tiempo en segundos. Que la velocidad sea positiva significa que la partícula se mueve hacia adelante sobre la recta y que la velocidad sea negativa significa que la velocidad se mueve hacia atrás. Ahora, supóngase que se pregunta por el desplazamiento de la partícula (es decir, el cambio en su posición) entre $t = 0$ segundos y $t = 10$ segundos. Como la partícula velocidad es la razón de cambio de la posición de la partícula, cualquier cambio en la posición de la partícula está dada por la integral definida:

$$\int_0^{10} (5 - t)dt$$

Gráficamente sería:



Esto arroja el resultado siguiente:

$$\int_{0}^{10} (5 - t)dt = 0$$

Lo que indica que la partícula ocupa la misma posición en los tiempos $t = 0s$ y $t = 10s$. El significado físico es que dicha partícula se mueve hacia adelante y después hacia atrás, regresando a su posición original. Preguntar al alumnado cómo cree que se puede determinar la distancia recorrida del cuerpo aunque terminó en el mismo lugar de origen (desplazamiento).

Se podrán emplear las propiedades de las integrales para determinar áreas por debajo de la curva para mejorar la comprensión de la situación-problema presentada.

Sesión 6

El personal docente propone otras aplicaciones que se encuentren en su "*expertise*" de la integral definida; estos pueden ser problemas de movimiento de partículas empleando funciones trascendentes (que se puedan resolver únicamente con los métodos de integración abordados hasta este momento: integración inmediata, cambio de variable y sustitución algebraica), de energía cinética, cantidad de movimiento, movimiento uniformemente acelerado, etc. para que el estudiantado relacione los conceptos matemáticos estudiados hasta este momento con los significados físicos de los cálculos realizados.

Momento 3. Evaluación formativa

Es un proceso mediante el cual el personal docente reúne información acerca de lo que el estudiantado sabe, interpretan y pueden hacer , a partir de ello comparan esta información con las metas de aprendizaje para brindarles sugerencias acerca de cómo pueden mejorar su desempeño.

Se lleva a cabo con el propósito de mejorar tanto la enseñanza como el aprendizaje durante el proceso de instrucción. La práctica en el aula se considera formativa en la medida que el personal docente y el estudiantado, interpretan y utilizan la evidencia de los logros para tomar decisiones informadas sobre los siguientes pasos en la instrucción. Se espera que dichas decisiones sean más efectivas que aquellas que se tomarían sin el análisis de la evidencia obtenida.

Sugerencia de evaluación

Durante el transcurso de las sesiones se identifican tres momentos importantes que pueden ser evaluados, el primero, cuando a través del uso de métodos gráficos, el uso del plano cartesiano o de figuras geométricas sencillas, el alumnado es capaz de calcular el área bajo la curva en un intervalo dado donde exista un área bajo la curva.

Se debe tener presente que el proceso de evaluación formativa mantiene el propósito de aprovechar las producciones y ejecuciones del estudiantado como evidencias para tomar decisiones que permitan mejorar el ciclo de enseñanza aprendizaje. De tal forma, la evaluación se centra en el descubrimiento, la reflexión, comprensión y revisión de lo aprendido, integrándose en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Así pues, se ofrece una retroalimentación más efectiva cuando se relaciona con las metas de aprendizaje y se enfoca en el proceso.

Se muestra un instrumento para evaluar estos productos en un contexto de coevaluación.

Lista de cotejo

CRITERIO	Sí	No	Recomendaciones
Tiene bien definido el curso de acción para llevar a cabo la tarea de calcular el área de la figura que se forma.			
El método que eligió tiene sustento en las matemáticas.			
El resultado al que llega es el correcto.			
Sirve el mismo procedimiento para calcular el área de otra figura más grande o más chica si usa la misma función.			

El segundo se identifica cuando el alumnado es capaz de reproducir sus resultados de las sesiones 1, 2 y 3 (métodos gráficos y numéricos) con la integral definida y con la certeza que adquiere al ver que es posible con un método analítico, obtener los mismos resultados, usar como método preferido a la integral definida para calcular el área bajo la curva para funciones polinomiales de orden superior.

Para la sesión 4 se pretende que se aplique una prueba escrita para evaluar y coevaluar los aprendizajes del alumnado, ofrecer retroalimentación y permitir que corrija para mejorar el aprendizaje. El personal docente tiene la libertad de seleccionar los contenidos de tal prueba atendiendo los contenidos de esta y las sesiones anteriores.

El tercero se identifica cuando el alumnado utiliza la integral definida en el problema del movimiento rectilíneo uniforme para determinar la posición y el desplazamiento de una partícula. Es capaz de hacer las mismas conjeturas cuando el movimiento de esta partícula tiene un modelo de velocidad como un polinomio de orden superior o de una función trascendental.

Se presenta a continuación un diario de trabajo, el cual se sugiere utilizar para que alumnado realice sus propias reflexiones en relación a todas las sesiones de esta progresión:

Diario de trabajo

Fecha de la sesión:
Grupo:
Progresión 4: Identifica y aplica a la integral definida como una herramienta para calcular el área bajo la curva en un intervalo dado mediante métodos analíticos y/o tecnológicos, para verificar y comunicar sus hallazgos y soluciones en problemáticas teóricas y de su contexto.
Reflexiona sobre las siguientes preguntas: • ¿Cómo definiría de manera general esta sesión? • ¿Cuáles fueron las dificultades frente a las que me encontré? • ¿Cuáles fueron los aciertos frente a los que me encontré? • ¿Cómo fue mi desempeño en esta sesión? • ¿Me faltó hacer algo que no debo olvidar? • ¿Qué necesito modificar? • ¿Qué debo mantener para futuras sesiones? • ¿Cuál fue la retroalimentación de mis alumnos frente a la sesión y mi trabajo?

Se sugiere como trabajo de Estudio Independiente que el alumnado investigue modelos polinomiales para el cálculo de la energía cinética de un cuerpo que se encuentra en movimiento cuando se conoce únicamente su “cantidad de movimiento” o ejemplos de movimiento uniformemente acelerado. Por ejemplo, el desplazamiento de una pluma cuando se deja caer o el de una pelota que se hace flotar con un popote.

Sugerencias para el personal docente

Como parte del proceso metacognitivo donde las y los estudiantes deben autoevaluarse y coevaluarse se sugiere tener presente preguntas como:

- ¿A dónde voy? (lo cual permite establecer reglas)
- ¿Cómo voy? (esto favorece el monitoreo del aprendizaje)
- ¿A dónde ir ahora? (aquí se requiere la revisión de su trabajo y ajustes necesarios)
- ¿Para qué me sirve lo que acabo de aprender? (lo que otorga relevancia a los aprendizajes)
- ¿Cómo trabajó mi compañero?, ¿Cómo podemos mejorar como equipo? (lo que promueve una interacción entre pares)

Considerar las siguientes sugerencias respecto a la evaluación:

1. Dar a conocer los propósitos educativos y los criterios de logro o metas de aprendizaje con el estudiantado.
2. Diseñar e implementar actividades que evidencien lo que el alumnado está aprendiendo.
3. Realizar una evaluación final y sumativa en la que se explique al estudiantado en qué consiste la valoración del producto designado.
4. Ofrecer retroalimentaciones formativas sobre los productos que estén elaborando.

VII. Recursos didácticos

Las siguientes fuentes de información constituyen sugerencias de apoyo para el abordaje de las progresiones, no son limitativas, ni restrictivas. El personal docente podrá usar estas y también podrá utilizar las que considere adecuadas según sus necesidades y contexto.

Básica

- Leithold, L. (1994). *El cálculo*. Oxford University Press. ISBN: 9706131825.
- Granville W. A. (1997), *Cálculo Diferencial e Integral*. Limusa Noriega Editores. ISBN: 968181178X.
- Stewart, J. (2018). Cálculo de una variable: trascendentes tempranas. Cengage Learning México. ISBN: 9786075265505.
- CONAMAT (2009). *Matemáticas simplificadas*. Pearson Educación. ISBN: 9786074423488.
- Ayres, F. (2013). *Cálculo*. McGraw Hill. ISBN: 9781456203276.

Complementaria

- Adams, R. (2009). *Cálculo*. Pearson. ISBN 9788478290895.
- Apostol, T. (2006). *Cálculo de una variable con funciones de una variable con una introducción al Álgebra Lineal*. Reverté. ISBN 9788429150025.
- Barnett, R. (2012). *Precálculo: funciones y gráficas*. Cengage Learning. ISBN: 9789781322242.
- Cantoral, R. (2014). *Precálculo, un enfoque visual*. Pearson. ISBN: 9786073223300.
- Demana, F. (2007). *Precálculo: gráfico, numérico, algebraico.* Addison Wesley Longman. ISBN: 9789702610168.
- Imaz , C. y Moreno, L. (2013). *Cálculo. Su evolución y enseñanza*. Trillas ISBN: 9786071717481.
- Larson R. (2018). Matemáticas II Cálculo integral. CENGAGE. ISBN: 9786075266541.

- Larson, R. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias*. Cengage Learning. ISBN: 9786075266848.
- Larson, R. (2023). *Cálculo Integral*. Cengage Learning. ISBN: 9786075701738.
- Leithold, L. (2003). *Matemáticas previas al cálculo*. Oxford University Press. ISBN: 9789706131829.
- Salinas, P. et. al. (2013). Cálculo Aplicado: competencias matemáticas a través de contextos. Tomo II. México: Cengage Learning.
- Silva, J. (2010). *Fundamentos de Matemáticas: álgebra, trigonometría, geometría analítica y cálculo*. Limusa. ISBN 9789681867591.
- Smith, R. (2019). *Cálculo de una variable con trascendentes tempranas*. McGraw Hill. ISBN 9781456269937.
- Stewart, J. et al. (2024). *Precálculo: Matemáticas para el cálculo*. Cengage. ISBN 9786075702094.
- Swokowski, E. y Cole, J. (2018). *Precálculo: Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. Cengage Learning. ISBN:9786077254867.
- Swokowski, E. (1989). *Cálculo con geometría analítica*. Grupo editorial Iberoamérica. ISBN: 9687270438.
- Thomas, G. (2015). *Cálculo. de una variable & AccMymathlab*. Pearson Educación. ISBN 9789702627869.
- Wisniewski, P. (2015). Cálculo diferencial e Integral. Matemáticas VI. Trillas. ISBN 9786071722720.
- Zill, D. y Dewar, J. (2012). *Precálculo con avances de cálculo*. McGraw Hill. ISBN: 9786071507150.
- Zill, D., Wright, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Trascendentes tempranas. McGraw-Hill. ISBN 9786071505019.

Electrónica:

- El Aula Enriquecida con Tecnología Digital https://www.imat-x.com/aetd
- Cálculo diferencial e Integral. Libro Interactivo. Módulo II https://www.mycdisenos.com/lia_calculo2/

- Geogebra. Graficador y herramienta para geometría https://www.geogebra.org/?lang=es
    - **Límite.** *El interactivo permite desarrollar la noción de límite de manera visual.* https://www.geogebra.org/m/kkxjmgmf
    - **Límites laterales.** *Exploración visual de límite por la derecha y límite por la izquierda para funciones a trozos.* https://www.geogebra.org/m/R4A9HcAS
    - **Skater.** *Exploración conceptual de la derivada.* https://www.geogebra.org/m/ZhrFZgAs
    - **La diferencial.** *Una interpretación visual de la diferencial.* https://www.geogebra.org/m/myzqtcg2
    - **Derivadas e Integrales.** *Generador de ejercicios para obtener derivadas e integrales inmediatas.* https://www.geogebra.org/classic/cdxj6vwc
    - **Integrales inmediatas.** *Generador de ejercicios de integrales inmediatas.* https://www.geogebra.org/m/y7um7g6f
    - **Integrales definidas e indefinidas.** *Generador de ejercicios de integrales definidas e indefinidas.* https://www.geogebra.org/m/b4vD8eju
    - **Derivadas e integrales inmediatas de funciones trigonométricas.** *Generador de ejercicios de integrales de funciones trigonométricas.* https://www.geogebra.org/m/hfzufxps
    - **La integral definida.** *Generador de ejemplos de integrales definidas que permite visualizar la representación gráfica.* https://www.geogebra.org/m/kcngjdxy
    - **Suma de Riemann.** *Interactivo para explorar la idea de las sumas de Riemann y su relación con la Integral definida.* https://www.geogebra.org/m/yqg5ahvn
    - **Sumas de Riemann II.** *Interactivo para explorar conceptos del cálculo infinitesimal relacionados con la Sumas de Riemann* https://www.geogebra.org/m/M2HZWjBq

- **Área entre curvas.** *Interactivo para explorar el área entre curvas dentro de un intervalo determinado.* https://www.geogebra.org/m/asprzmpc
- **Sólidos de Revolución II.** *Generador de sólidos de revolución a partir de funciones por trozos.* https://www.geogebra.org/m/bsfju5yy

- WolframAlpha. Software y herramienta poderosa para el desarrollo de matemáticas en general. https://www.wolframalpha.com/

VIII. Rol docente

Realizar una evaluación final y sumativa en la que se explique al estudiantado en qué consiste la valoración del producto designado.

- Compartir los propósitos educativos y los criterios de logro o metas de aprendizaje con tus estudiantes.
- Diseñar e implementar actividades que evidencien lo que el alumnado está aprendiendo.
- Ofrecer retroalimentaciones formativas sobre los productos que estén elaborando.
- Mediador del aprendizaje.
- Promotor del pensamiento crítico y guía del estudio independiente.

Como parte del proceso metacognitivo donde las y los estudiantes deben autoevaluarse y coevaluarse se sugiere tener presente preguntas como:

- ¿A dónde voy? (que permite establecer reglas)
- ¿Cómo voy? (favorece el monitoreo del aprendizaje)
- ¿A dónde ir ahora? (donde requiere la revisión de su trabajo y ajustes necesarios)
- ¿Para qué me sirve lo que acabo de aprender? (otorga relevancia a los aprendizajes)
- ¿Cómo trabajó mi compañero?
- ¿Cómo podemos mejorar como equipo?

IX. Rol del estudiantado

El rol del estudiantado en el proceso educativo no se limita simplemente a recibir información y repetirla, sino que debe ser un agente activo en la construcción de su propio conocimiento y de su identidad. En este sentido, no sólo se trata de aprender a leer y escribir; implica aprender a narrar y comprender su propia vida, tanto como autor o autora de su historia personal, como testigo de su contexto social y cultural. Este proceso es fundamental para que el estudiantado se convierta en un sujeto consciente y crítico de su realidad.

La educación es un motor de transformación social, pero también puede perpetuar las desigualdades existentes al tratar a todos y todas por igual sin considerar la diversidad inherente al estudiantado. La educación debe empoderarles, dándoles las condiciones necesarias para reconocer y cuestionar las desigualdades que les rodean.

Si las y los estudiantes son insertados en una educación que no considera su clase, sexo, género, etnia, lengua, cultura, capacidad, condición migratoria, religión o cualquier otro aspecto de su identidad, es muy probable que se apropien de la idea de que “la escuela no es para ellos y ellas”, ya que se enfrentarían constantemente a comentarios o actitudes que les califican de incapaces, ignorantes, indolentes o inútiles terminando por creerlo y asumirlo como verdad. Esta autodesvalorización es una barrera significativa para su desarrollo ya que puede llevar a creer que el conocimiento y la sabiduría pertenecen únicamente a las y los "profesionales" y no reconocen el valor de su propio conocimiento y experiencia.

El rol de las y los estudiantes, entonces, debe ser el de un sujeto activo que desafía y transforma estas narrativas opresivas que fomentan las desigualdades. Debe aprender a valorar su propia voz y experiencia, y a reconocer su capacidad para conocer y transformar su realidad. La educación debe ser un proceso liberador que les permita verse a sí mismos o mismas como agentes de transformación social, capaces de escribir su propia historia y de participar activamente en la construcción de una sociedad más justa y humana.

X. Tecnologías de la Información, Comunicación, Conocimiento y Aprendizaje Digital (TICCAD)

La implementación de las TICCAD en la planeación didáctica representa una oportunidad para enriquecer la experiencia educativa, al facilitar el desarrollo de las habilidades, saberes y competencias digitales, potenciar la creatividad y motivación del estudiantado y favorecer la labor del profesorado. (Aprende.mx, 2022).

Al transversalizar el uso de las TICCAD, se busca integrar sus herramientas de manera horizontal a lo largo de todas las Unidad de Aprendizaje Curricular, en lugar de relegarlas a un recurso sociocognitivo específico. Esto permite que las y los estudiantes desarrollen habilidades digitales de manera progresiva y coherente a lo largo de su formación académica, independientemente del área de conocimiento en la que se encuentren.

No obstante, resulta crucial que la integración de las TICCAD se realice considerando las particularidades de cada plantel, su infraestructura, el nivel de competencia digital del personal docente y el estudiantado, así como los recursos disponibles. De esta manera, se garantiza que estas herramientas se utilicen de manera efectiva y se maximice su impacto en el proceso educativo.

Al integrar las TICCAD en la planeación didáctica de acuerdo con las posibilidades de cada plantel, las y los docentes pueden enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, promoviendo la participación activa de sus estudiantes, fomentando el pensamiento crítico y creativo, y facilitando el acceso a una educación de excelencia para todos y todas.

XI. Referencias

ACUERDO número 09/05/24 que modifica el diverso número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior. Secretaría de Educación Pública. DOF. (2024) Fecha de citación [06-06-2024]. Disponible en formato HTML: https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5729564&fecha=05/06/2024#gsc.tab=0Aprende.mx. (1 de mayo de 2022). TICCAD. Nueva Escuela Mexicana. Recuperado de: https://nuevaescuelamexicana.sep.gob.mx/detalle-recurso/20711/

ACUERDO número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior. Secretaría de Educación Pública. DOF. (2023) Fecha de citación [11-01-2024]. Disponible en formato HTML: https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5699835&fecha=25/08/2023#gsc.t

Dirección General del Bachillerato. (2023). *Orientaciones para la Evaluación del Aprendizaje*. DGB.

Dirección General del Bachillerato. (2024). *Orientaciones Psicopedagógicas para la Elaboración de Programas de Estudio y Progresiones de Aprendizaje*. DGB.

Subsecretaría de Educación Media Superior. (2023f). *Progresiones de Aprendizaje del Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático I*. SEP.

Glosario

- **Situación-problema:** Es aquella en la que el personal docente o estudiantado, individualmente o en grupo, contextualiza la información a fin de resolver una situación cuya solución no es evidente a priori en el abordaje de la progresión, enfatizando que se consigan llegar a la metas establecidas.

Créditos

Elaboradores y elaboradora

José Alfredo Zavaleta Viveros

Colegio de Bachilleres del Estado de Veracruz

Jesús Andrés Vilchis León

Centro de Estudios de Bachillerato 6/7 "Gabino Barreda"

Rebeca Valle Hernández

Centro de Estudios de Bachillerato 6/1 "Aguascalientes"

Claudia Carranza Quiroz

Centro de Estudios de Bachillerato 5/4 "Profr. Rafael Ramírez"

José Daniel Olguín Ángeles

Centro de Estudios de Bachillerato 6/16 "Lic. Benito Juárez"

Nora Hilda Reyes Ramírez

Colegio de Bachilleres del Estado de Veracruz

Carlos Abel Eslava Carrillo

Preparatoria Federal "Lázaro Cárdenas" 1/1

José Manuel Guerrero Castillo

Preparatoria Federal "Lázaro Cárdenas" 1/2

Emmanuel Fernando Rubio Castro

Centro de Estudios de Bachillerato 6/13 "Lic. Jesús Reyes Heroles"

José Lorenzo Sánchez Alavez

Centro de Estudios de Bachillerato 4/1 "Mtro. Moisés Sáenz Garz

Damián San Agustín Ríos

Centro de Estudios de Bachillerato 6/7 "Gabino Barreda"

Davy Alejandro Pérez Chan

Colegio de Bachilleres del Estado de Yucatán

Personal académico de la Dirección General del Bachillerato que coordinó

Jorge Alejandro Rangel Sandoval

Brenda Nalleli Durán Orozco

Fanny Casas Cortés

Mercedes Gabriela Castro Nava

Héctor Franco Gutiérrez

Juan Miguel Hernández González

La construcción de estas Progresiones de Aprendizaje no hubiera sido posible sin la valiosa contribución y retroalimentación de las y los docentes de Educación Media Superior a lo largo de todo el país.

La Dirección General del Bachillerato agradece y reconoce a todas las personas que colaboraron en la construcción de este documento con sus valiosas aportaciones.

EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

DGB